УДК 621.3.013.001.572

Д.Я.ПАРШИН, М.Р.ВИНОКУРОВ

ПРИВЕДЕНИЕ ВИХРЕВОГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ К ПОТЕНЦИАЛЬНОМУ ПОЛЮ ИСТОЧНИКОВ

В настоящей статье излагается методика расчета и моделирования стационарных и квазистационарных магнитных полей, основанная на преобразовании вихревого магнитного поля в потенциальное поле источников. В результате электрические токи заменяются магнитными зарядами, а уравнения для векторов поля заменяются уравнением для скалярной функции.

Ключевые слова: *моделирование, вихревое магнитное поле, магнитные заряды, потенциальное поле источников, скалярная функция.*

Введение. Метод приведения вихревого магнитного поля к потенциальному полю источников основывается на тождественности магнитных полей системы токов и системы магнитных масс.

Постановка задачи. Суть этого метода заключается в представлении искомого поля вектора $\overline{H}$ в виде суммы расчетного поля $\overline{H}_p$ и вспомогательного поля $\overline{H}_o$:

$$\overline{H} = \overline{H}_p + \overline{H}_o \ . \tag{1}$$

В результате введения вспомогательного поля становится возможным представить систему уравнений, описывающую стационарное магнитное поле, в виде двух систем

$$rot\overline{H}_O = \overline{\delta}\ , \qquad div\mu\,\overline{H}o = -\rho_m, \tag{2}$$

$$rot\overline{H}p = 0, \qquad div\mu\,\overline{H}p = \rho_m, \tag{3}$$

одна из которых (система 3) является полным аналогом электростатического поля, для которого можно использовать понятие скалярного магнитного потенциала. В дальнейшем задача определения поля вектора $\overline{H}_p$ заключается в решении уравнения Пуассона:

$$div\mu\, gradU_m = -\rho_m \, . \tag{4}$$

На выбор поля вектора $\overline{H}_o$ налагается единственное ограничение в виде условия $rot\overline{H}_o = \overline{\delta}$. Многозначность этого уравнения может быть ликвидирована при задании закона распределения величины $div\mu\,\overline{H}_o$. Однако, если каким-либо образом выбрано удовлетворяющее уравнение $rot\overline{H}_o = \overline{\delta}$ поле $\overline{H}_o$,то значение величины $div\mu\,\overline{H}_o$ в любой точке пространства определено однозначно. Так, например, можно представить одно из решений, удовлетворяющее указанному условию в виде:

$$\overline{H}_O = \int_{\ell_O}^{\ell} \overline{\delta}(\ell)\ \overline{d\ell}\ , \tag{5}$$

где $\overline{d\ell}$ – координатный вектор; ℓ_o – начальная линия отсчета от заданной точки, линии или поверхности; $\overline{\delta}(\ell)$ - вектор плотности тока, являющийся в общем случае функцией текущей координаты ℓ .

При определении $\overline{H}_o$ по (5) возможен различный выбор направления пути интегрирования, так как ℓ_o и $\overline{d\ell}$ выбираются произвольно. Именно некоторая свобода в выборе $\overline{H}_o$ дает возможность найти оптимальный вариант расчетной модели, позволяющий упростить решение поставленной задачи, так как выбором поля $\overline{H}_o$ определяется объем вычислительной работы при нахождении поля $\overline{H}_p$. Наиболее целесообразным направлением пути интегрирования является такой путь, который обеспечивает в конечном итоге отсутствие объемных магнитных зарядов ρ_m и приводит лишь к возникновению поверхностных магнитных зарядов σ_m. Постановка задачи в таком виде сформулирована как первичная задача минимизации источников, регламентирующая выбор координатных поверхностей так, чтобы вектор $\overline{H}_o$ был на них по возможности постоянным и имел составляющие, касательные к этим поверхностям. Так, например, при анализе существующих конструкций обмоток МГД- генератора целесообразно в качестве исходной системы координат выбрать либо прямоугольную, либо цилиндрическую систему координат. Однако варианты выполнения прямолинейных частей седлообразных обмоток указывают на широкое применение конструкций, имеющих цилиндрическую форму. Поэтому для дальнейшего анализа в качестве основной выбрана седлообразная обмотка, у которой ступенчатое распределение секций обусловлено как технологическими соображениями изготовления и сборки узлов магнитной системы МГД – генератора, так и для уменьшения максимального значения магнитной индукции в лобовой части обмотки. При выбранной системе координат расчет поля $\overline{H}_o$ не представляет трудности. Наибольший объем работ заключается в вычислении скалярного магнитного потенциала

U_m , решение для которого в случае однородной среды может

быть представлено в виде:

$$U_m = \frac{1}{4\pi\mu}\Big[\mathop{}_{v}\frac{\rho_m dv}{r} + \mathop{}_{S_\sigma}\frac{\sigma_m dS}{r} + \mathop{}_{S_{p_m}}\frac{p_m \cos\psi \; dS}{r^2}\Big], \qquad (6)$$

где p_m - момент двойного слоя магнитных зарядов; ψ - угол между $\overline{p}_m$ и $\overline{r}$, а $\overline{r}$ направлен от точки приложения p_m к точке, в которой определяется U_m .

При решении задачи минимизации областей с объемными магнитными зарядами ρ_m , на поверхностях, ограничивающих токовые зоны, возникает скачок напряженности магнитного поля. Физически это соответству-

ет случаю расположения на поверхностях простого слоя магнитных зарядов:

$$\sigma_m = Div\mu\,(H_{on_1} - H_{on_2}) \tag{7}$$

и поверхностного тока

$$I_S = Rot(H_{o\tau_1} - H_{o\tau_2}) \quad , \tag{8}$$

где $H_{on_1}, H_{on_2}, H_{o\tau_1}, H_{o\tau_2}$ – нормальные и касательные составляющие вспомогательного поля вектора $\overline{H}_o$ на границах токовой зоны.

Так как в реальной задаче на поверхности проводника источники отсутствуют, они должны быть компенсированы магнитным слоем с плотностью

$$\sigma_m = -\sigma_m \tag{9}$$

и поверхностным током

$$I_S = -I_S\ . \tag{10}$$

Согласно правилу правого винта вектор плотности данного тока должен составлять угол 90^0 с направлением, касательным к вектору $\overline{H}_o$. В целом ряде практических случаев для успешного решения задачи минимизации источников потенциального поля оказывается целесообразным введение двойных слоев магнитных зарядов, эквивалентирующих токовые слои. Такой искусственный прием обеспечивает ограничение эпюры $\overline{H}_{o\tau}$ и в значительной степени облегчает задачу исследования. Величина момента такого двойного слоя $\overline{\rho}_m$ определяется из условия, что скачок касательной составляющей напряженности при переходе через двойной слой определяется скоростью изменения момента двойного слоя в точке перехода:

$$H_{o\tau_\ell} - H_{o\tau_i} = \frac{1}{\mu}\frac{\partial p_m}{\partial \ell_\tau}, \tag{11}$$

где $\overline{p}_m = \overline{n}p_m$; $\overline{H}_{o\tau_\ell}$ и $\overline{H}_{o\tau_i}$ - значение касательных составляющих вектора напряженности $\overline{H}_o$ соответственно с внутренней и внешней стороны двойного слоя.

Отсюда

$$p_m = \mu \int_{L\tau} (H_{o\tau_\ell} - H_{o\tau_i})d\ell_\tau\ . \tag{12}$$

Решение уравнения (6) осуществляется с учетом найденного распределения в пространстве простых магнитных слоев с поверхностной плотностью σ_m и двойных магнитных слоев с моментом p_m, либо поверхностного тока I_S.

Каждый частный случай практического приложения данного метода отличается своими особенностями, обусловленными прежде всего реальной геометрией системы и желанием упростить решение поставленной задачи.

Специфической особенностью рассматриваемой задачи является построение расчетной модели источников потенциального поля, которая позволяет одновременно достаточно полно учитывать реальную геометрию исследуемой седлообразной обмотки с учетом переходной области и в максимальной степени минимизировать количество этих источников. Необходимость последнего продиктована прежде всего требованием создания эффективной оптимизационной программы, в которой вопрос быстродействия расчета магнитного поля является одним из основных. Поэтому выбор оптимального варианта расчетной модели, из совокупности построенных, оказывается принципиальным при его численной реализации.

Выводы. Алгоритм решения задачи расчёта магнитных полей при помощи фиктивных магнитных зарядов представляется следующим образом:

- выбирается поле $\overline{H}_o$, которое удовлетворяет условию rot $\overline{H}_o = \overline{\delta}$;
- рассчитывается значение магнитных зарядов $\rho_m = -\, div\, \mu \overline{H}_o$;
- решается уравнение $div \mu grad U_M = -\rho_m$ для скалярного магнитного потенциала;
- определяется поле $\overline{H}_p$ как $\overline{H}_p = -\, grad U_M$ и затем искомое поле $\overline{H} = \overline{H}_o + \overline{H}_p$.

В результате электрические токи плотностью $\overline{\delta}$ заменяются магнитными зарядами с плотностями ρ_m, σ_m ; уравнения для векторов поля заменяются уравнением для скалярной функции U_M, а вычисление искомого поля $\overline{H}$ связано со сложением полей $\overline{H}_p$ и $\overline{H}_o$.

Библиографический список

1. *Бинс К.* Анализ расчёта электрических и магнитных полей / К. Бинс, П.Лауренсон. – М.: Энергия, 1970. – 376 с.

2. *Демирчян К.С.* Теоретические основы электротехники / К.С. Демирчян, Л.Р.Нейман, Н.В.Коровкин, В.Л.Чечурин. – Т.2,3. – СПб.: Питер, 2003. – 377 с.

3. *Демирчян К.С.* Моделирование магнитных полей / К.С. Демирчян. – Л.: Энергия, 1974. – 288 с.

4. *Боронин В.Н. Винокуров М.Р.* Расчётные модели источников потенциального поля для обмоток МГД–генераторов: Изв. АН СССР // Энергетика и транспорт. – 1981. – №2. – С.98-105.

Материал поступил в редакцию 26.05.08.

D.J.PARSHIN, M.R.VINOKUROV

TRANSFORMATION OF A VORTICAL MAGNETIC FIELD TO A POTENTIAL FIELD OF SOURCES

In present article the design procedure and modeling of the stationary and almost stationary magnetic field, based on transformation of a vertical magnetic field to a potential of sources is stated. In result, electric currents are replaced with magnetic charges, and the equations for vectors of a field are replaced with the equation for scalar function.

ПАРШИН Дмитрий Яковлевич (р.1943), заведующий кафедрой «Электротехника и техническая кибернетика» РГАСХМ, профессор (2008),доктор технических наук (2007). Окончил Новочеркасский политехнический институт (1966).
Область научных интересов: автоматизация производства и робототехника.
Автор более 100 научных публикаций.

ВИНОКУРОВ Михаил Романович (р.1948), доцент кафедры «Электротехника и техническая кибернетика» РГАСХМ, кандидат технических наук (1982). Окончил Омский политехнический институт (1972).
Область научных интересов: теоретическая электротехника.
Автор 26 научных публикаций.